<13> 樹葉（ニセアカシヤ）の表面積の統計的方法による推定 （予報）

Estimation of the Area of the Leaves(Robinia pseudo-Acacia)by Statistical Methods (Preliminary Report)

公害検査課　横田秀幸
田坂克明

緒　言

樹葉中の重金属量を測定して，葉中の重金属含有量をもとめる場合に，単位乾燥重量あたりのグラム数ppmで表すのが多いようであるが，単位表面積あたりのグラム数で表した報告もある。前者は樹葉の単位組織量に存在する重金属量を示し，後者は樹葉の構造上の見方から葉面の単位面積中の組織量に存在する金属量を示している。

葉面の実測について，葉の形が大型で重量の大なる樹葉については測定も比較的容易と考えられるが，ニセアカシヤのように葉形が比較的小型で（3.27～1.92㎠），重量も小であるため（140～25㎎生葉）実験の試料として大量の葉が必要となる。このため葉面積測定に伴う誤差も大きくなり，良い結果が得られないと考えられる。又，測定中の重金属等の汚染の危険性も考慮する必要がある。

著者は測定の比較的容易な乾燥重量等から統計的な方法によって葉面積の推定が可能かどうかを検討したので報告する。

方法及び結果

1　試料の採集及び重量測定

あらかじめ一地点に３～４本のニセアカシヤの樹木を選んでおき，日程を決めて試料を採集した。試料の採集は昭和４９年７月中旬に行った。まづ，樹木より小枝をビニール袋に採取し，その後少くとも２～３時間以内に小葉を採み取り，よく混合し均一化して試料（400～500gr）とした。これより一定量（6～10gr，30～40枚分）を３秤量ビンに取り生試料（生葉）として葉面測定に供した。試料数は４地点で１２試料である。生試料の残りの試料はそれぞれ６０～８０℃，６～８時間乾燥後乳鉢で粉末にし，ポリビンに保存して重金属の測定に供した。

2　生試料の葉面積の複写

生試料はその重量を測定したあと直ちに富士ゼロックス2200を用い，（１：１）の尺度で葉面積を複写した。試料が一面で複写し得ない場合は，二回に分けて行ったため１８組の複写がとられた。複写の精度については，複写面の四つ角，中央部に一定の半径の小紙円盤（半径２㎝，１５㎝）をおいて複写し，長さの伸び縮みを調べたが，0.5㎜以下の差でほとんど影響はないようであった。

3　生試料の乾燥重量の測定

１０５℃で８～１０時間恒量になるまで乾燥して秤量した。

4　生試料の葉面積の推定測定

複写された用紙が均一であれば，その紙の任意の部分の面積はその部分の重量と比例するわ

けである。そこで次のような手順で測定を行った。

(1) 複写紙から種々の既知の大きさの面積の部分を切り抜き，その重量を測定する（105℃で8～10時間恒量になるまで乾燥後秤量）。

(2) 既知の面積に対する実測重量の関係式をもとめる。

(3) 葉面を複写した部分の重量を測定し，上述の関係式から葉面積を逆推定する。

（面積と重量の関係式及び面積の逆推定の方法）

葉面部複写の際に，共に写し込んだ紙円盤（半径2 cm，5枚と半径1.5 cm，5枚，総面積19,635 cm²）の18組は葉面積の平均的な値を示すものとして作られた葉の面積模型（A_1）である。この18組の模型を適当に組合せて回帰式をもとめることは可能であるが，この式より推定できる面積の範囲は20 cm²前後とみてよく，当試料の面積を推定するのにはさらに多くの模型の作成が必要となる。

そこで，模型A_1（19.635 cm²）と類似の円盤構成で，しかも種々の面積値を持つ模型集団Aj，（j＝1，…，n）を考え，A_1をこの集団から抽出された標本とみなし，下述のような方法でAjの近似的な集団A′k，（k＝1，…，n）を導いた。

(1) A_1 の分布

A_1 の重量要素を$g_1 i$，（$i=1, \cdots, m$）とおけば，A_1 の分布は

例　数	$m = 18$	
平均値	$\bar{g}_1 = 0.62689$ gr	
不偏分散	$V[g_1] = 0.000055976$ gr	
標準偏差	$\sqrt{V[g_1]} = 0.0074817$ gr	(1)
歪　度	$g_1 = -0.9381$	
尖　度	$g_2 = 10271$	
面　積	$S_1 = 19.635$ cm²	

歪度，尖度によるA_1の正規性を検定したところ，いずれも5％の危険率で正規分布を示した。

(2) A_1 よりA′kの導き方とその分散

A_1 の分布条件を前提としてA_1 の重量要素$g_1 i$，（$i=1, \cdots, m$）に常数akを乗じた値を$w_1 ki$，（$i=1, \cdots, m$）とおくと，$w_1 ki$ も重量要素で

$$w_1 ki = ak \cdot g_1 i, \ (i=1, \cdots, m) \qquad (2)$$

で表される。

ゆえに，$w_1 ki$ の属する集団をA′kとすれば，A′kは

$$A'k = ak \cdot A_1 \qquad (3)$$

で表される。

$w_1 ki$ の平均値$\bar{w}_1 k$，分散$V[w_1 k]$，面積Sk_1を下に示す。

$$\begin{aligned} \bar{w}_1 k &= ak \cdot \bar{g}_1 \\ V[w_1 k] &= a^2 k \cdot V[g_1] \qquad (4) \\ S_1 k &= ak \cdot S_1 = (\bar{w}_1 k / \bar{g}_1) \cdot S_1 \end{aligned}$$

(3) 重量wの信頼限界

面積が特定の値$S_1 k$をとるときの重量wの値wk_0が含まれるべき信頼区間は$w_0 k$と平均値$\bar{w}_1 k$の誤差分数$V[\bar{w}_1 k - w k_0] = V[w_1 k]/m + V[w_1 k]$より

$$\begin{aligned} wk_0 &: \bar{w}_1 k \pm t_0(\phi, \alpha)\sqrt{(1+1/m)V[w_1 k]} \\ &= (\bar{g}_1 \pm t_0(\phi, \alpha)\sqrt{(1+1/m)V[g_1]}) \cdot ak \end{aligned} \qquad (5)$$

$$\text{上限} \ . \ wku = (\bar{g}_1 + t_0(\phi, \alpha)\sqrt{(1+1/m)V[g_1]}) \cdot ak$$

$$\text{下限} : wkl = (\bar{g}_1 - t_0(\phi, \alpha)\sqrt{(1+1/m)V[g_1]}) \cdot ak \qquad (5)'$$

で与えられる。これはA_1におけるg_1の信頼区間のak倍になる。

(4) 面積Soの逆推定

面積Soの逆推定を行うのには，w＝woとおき，これとwu，wlとの交点を下におろし

てa_{ou}, a_{ol}をもとめる（図1）。

即ち，

推定値・$a_o = w_o/\bar{g}_1$

上　限：$a_{ou} =$

$$w_o/(\bar{g}_1 + t_0(\phi,\alpha)\sqrt{(1+1/m)V[\bar{g}_1]}) \quad (6)$$

下　限：$a_{ol} =$

$$w_o/(\bar{g}_1 - t_0(\phi,\alpha)\sqrt{(1+1/m)V[\bar{g}_1]})$$

ゆえに，Soのとりうる範囲は(4),(6)式から

推定値・$a_o \cdot S_1 = w_oS_1/\bar{g}_1$

上　限：$S_{ou} = a_{ou} \cdot S_1 =$

$$w_oS_1/(\bar{g}_1 + t_0(\phi,\alpha)\sqrt{(1+1/m)V[\bar{g}_1]}) \quad (7)$$

下　限：$S_{oL} = a_{oL} \cdot S_1 =$

$$w_oS_1/(\bar{g}_1 - t_0(\phi,\alpha)\sqrt{(1+1/m)V[\bar{g}_1]})$$

で示される。(8)式で(1)式の値を代入すると

So, Sou, SoLは

$S_o = 31{,}321 \times w_o$

$S_{oU} = 30{,}531 \times w_o$

$S_{oL} = 32{,}153 \times w_o$

$t(\phi,\alpha) = t_0(17, 0.05) = 2.11$とする

で与えられる。

(5)　生試料の葉面積の推定測定

4地点の生試料について，(8′)式を用い葉面積を算出しその結果を表1に示した。Soの信頼区間は±(SoL−SoU)／2として表に示した。葉面積が70〜100㎠の場合はその区間の幅は±2.1〜±2.7㎠，100〜120㎠では±2.7〜±3.0㎠となった。

（危険率5％）

図1　重量W_1kと常数Akの関係式及び信頼限界

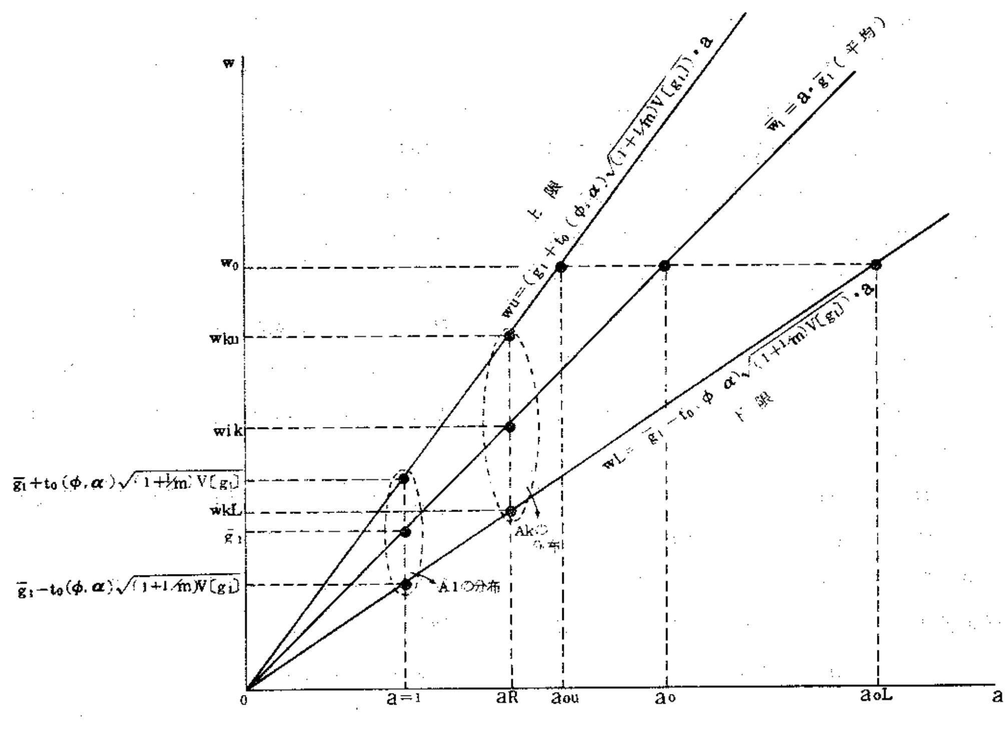

表 1　四地点より採集した試料の各測定値

採集地点	試料 No.	葉数 N	複写紙葉 gr.	葉面積 (S)* cm²	生葉 (C) gr.	乾燥葉 (D) gr.	乾物率 (E) (D/C×100) %
I (街路樹)	1	41	3.640	114.0 ±3.0	7.855	2.138	27.22
	2	40	3.417	107.0 ±2.8	7.164	1994	27.83
	3	40	3.584	112.2 ±2.9	7.788	2.115	27.15
	平均	40.3	3.547	1111 ±2.9	7.602	2.082	27.40
II (公園樹)	1	30	3.283	102.8 ±2.7	7850	2.340	29.80
	2	42	4.355	136.4 ±3.5	10.437	3.038	29.11
	3	38	3.831	120.0 ±3.1	9.202	2.660	28.90
	平均	36.7	3.823	119.7 ±3.1	9.163	2.679	29.27
III (街路樹)	1	45	2.695	84.4 ±2.2	5.791	1801	3110
	2	42	2.536	79.4 ±2.1	5.546	1.689	30.46
	3	34	2.180	68.3 ±1.8	4.916	1566	3186
	平均	40.3	2.470	77.4 ±2.0	5.418	1685	31.14
IV (公園樹)	1	41	2.669	836 ±2.2	5.479	1788	3262
	2	40	2.637	82.6 ±2.1	5.409	1774	32.79
	3	41	2.954	92.5 ±2.4	6.220	2.085	33.52
	平均	40.6	2753	86.2 ±2.2	5.703	1882	3298
平均		39.5	3.148	98.60 ±2.6	6.971	2.082	30.197

＊　葉面積(S)の信頼区間推定の危険率は 5 %である。

表 2　試料の各測定値の平均値，標準偏差及び相関行列

（例数＝12）

	葉面積 cm²	生葉重量 gr.	乾燥葉重量 gr.	乾物率 %	
相関係数	1.0000	*** 0.9761	*** 0.9216	* −0.7051	葉面積
		1.0000	*** 0.9661	* −0.6625	生葉
			1.0000	−0.4479	乾燥葉
				1.0000	乾物率

（有意水準 5 %）

平均値	98.600	6.971	2.082	30.197
標準偏差	19.1566	1.6362	0.4090	2.1225

*** 有意水準 0.1 %　＊ 有意水準 5 %

5. 重回帰分析による葉面積の推定

資料の生葉重量(C), 乾燥葉重量(D), 乾物率(E = D/C × 100)及び葉面積(S)の各数値は表1に, 平均値, 標準偏差及び相関行列は表2にそれぞれ示した。

(回帰分析による葉面積の推定)

(i) データの構造を $yi = \alpha + \beta(xi - \bar{x}) + \varepsilon i$ とする。

1) yi: 葉面積(cm²), xi: 生葉重量(gr)

分散分析と検定:

変動因	偏差平方和S	自由度 ϕ	分散 V	分散比Fo	確率 P
回帰による	4195.6	1	4195.6	201.6	P<0.001
回帰からの	208.1	10	20.8		
全体	4403.7	11			

回帰式: Yi: yi の推定値

$$Yi = 98.60 + 11.428(xi - 6.971) \quad (9)$$

推定値Yiの分散:

$$V[Yi] = 1.734 + 0.6477(xi - 6.971)^2 \quad (10)$$

推定値の誤差分散:

$$V[yi - Yi] = V[yi] + V[Yi] = 20.808 + V[Yi] \quad (11)$$

信頼区間:

(10)式より

$$Yi \pm t_0(10, 0.05)\sqrt{V[Yi]} \quad (10)'$$

(11)式より

$$Yi \pm t_0(10, 0.05)\sqrt{V[yi - Yi]} = Yi \pm 2.228\sqrt{20.208 + V[Yi]} \quad (11)'$$

2) yi: 葉面積(cm²), xi: 乾燥葉重量(gr)

分散分析と検定

変動因	偏差平方和S	自由度 ϕ	分散 V	分散比Fo	確率 P
回帰による	3740.2	1	3740.2	56.4	P<0.001
回帰からの	660.5	10	66.4		
全体	4403.7	11			

回帰式:

$$Yi = 98.60 + 43.164(xi - 2.082) \quad (12)$$

推定値Yiの分散:

$$V[Yi] = 5.529 + 33.051 \cdot (xi - 2.082)^2 \quad (13)$$

推定値の誤差分散:

$$V[yi - Yi] = 66.350 + V[yi] \quad (14)$$

信頼区間:

(13)式より

$$Yi \pm t_0(10, 0.05)\sqrt{V[Yi]} \quad (13)'$$

(14)式より

$$Yi \pm 2.228\sqrt{66.35 + V[Yi]} \quad (14)'$$

(2) データ構造を $yi = \alpha + \beta_1(x_1i - \bar{x}_1) + \beta_2(x_2i - \bar{x}_2) + \varepsilon i$ とする。

yi: 葉面積(cm²), x_1i: 乾燥葉(gr), x_2i: 乾物率(%)

分散分析と検定:

変動因	偏差平方和S	自由度 ϕ	分散 V	分散比Fo	確率 P
回帰による	4211.0	2	2105.5	98.3	P<0.001
回帰からの	192.7	9	21.4		
全体	4403.7	11			

重相関係数: $r_{y \cdot x_1x_2} = 0.9779^{***}$

(*** 有意水準 0.1%)

表3　葉面積の推定値とその誤差の信頼限界

採集地点	葉面積 (yi)	$Yi=98.60+11.428\cdot(xi-6.971)$		$Yi=98.60+43.164\cdot(xi-2.082)$		$Yi=98.60+35.492(x_1i-2.082)-3.301(x_2i-30.197)$		
		生葉 (xi) gr.	葉面積 (Yi) cm²	乾燥葉 (xi) gr.	葉面積 (Yi) cm²	乾燥葉 (x_1i) gr.	乾物率 (x_2i) %	葉面積 (Yi) cm²
Ⅰ (街路樹)	114.0±3.0	7.855	108.7 ±10.7	2.138	101.0 ±18.9	2.138	27.22	110.4 ±11.9
	107.0±2.8	7.164	100.8 ±10.6	1.994	94.8 ±18.9	1.994	27.83	103.3 ±11.6
	112.2±2.9	7.788	107.9 ±10.7	2.115	100.0 ±18.9	2.115	27.15	109.8 ±11.9
Ⅱ (公園樹)	102.8±2.7	7.850	108.6 ±10.7	2.340	109.7 ±19.2	2.340	29.80	109.1 ±11.1
	136.4±3.5	10.437	138.2 ±12.3	3.038	139.9 ±22.5	3.038	29.11	136.1 ±13.6
	120.0±3.1	9.202	124.1 ±11.3	2.660	123.5 ±20.3	2.660	28.90	123.4 ±12.1
Ⅲ (街路樹)	84.4±2.2	5.791	85.1 ±10.8	1.801	86.5 ±19.2	1.801	31.10	85.6 ±11.2
	79.4±2.1	5.546	82.3 ±10.9	1.689	81.6 ±19.5	1.689	30.46	83.8 ±11.4
	68.3±1.8	4.916	75.1 ±11.2	1.566	76.3 ±20.0	1.566	31.86	74.8 ±12.0
Ⅳ (公園樹)	83.6±2.2	5.479	81.5 ±10.9	1.788	85.9 ±19.3	1.788	32.62	80.2 ±11.8
	82.6±2.1	5.409	80.7 ±10.9	1.774	85.3 ±19.3	1.774	32.79	79.1 ±11.9
	92.5±2.4	6.220	90.0 ±10.7	2.085	98.7 ±18.9	2.085	33.52	87.7 ±12.1
平均	98.60	6.971	98.60±10.6	2.082	98.6 ±18.9	2.082	30.197	98.6 ±10.9

回帰式：

$$Yi = 98.60 + 35.492(x_1 i - 2.082) - 3.301(x_2 i - 30.197) \quad (15)$$

推定値Yiの分散：

$$V[Yi] = 1.785 + 13.345(x_1 i - 2.082)^2 + 0.496(x_2 i - 30.197)^2 \quad (16)$$

推定値の誤差分散：

$$V[yi - Yi] = 21.414 + V[Yi] \quad (17)$$

信頼区間：

(16)式より

$$Yi \pm t_0(9, 0.05)\sqrt{V[Yi]} \quad (16)'$$

(17)式より

$$Yi \pm 2.262\sqrt{21.414 + V[Yi]} \quad (17)'$$

以上の分析の結果から三回帰式はいずれも高度に有意であった。

表３に示されているように，回帰式について与えられた信頼区間から，次のような結果が得られた。三回帰式のうち，説明変数 xi として生葉（C）を用いた(9)式が最もよく面積を推定することができたが，乾燥葉(D)を変数とする(12)式はかなり劣った結果が得られた。

しかし乾物率(E)を変数としてさらに加えた(15)式では(9)式とほぼ同じ程度の推定が可能となった。 実際上の応用として，試料の保存性，秤量の容易さから(15)式が最も使用に適していると考えられる。

葉面積の推定の範囲は 70～140 ㎠で，そのときの各変数の値は生葉で５～１０gr，乾燥葉で１.５～３.０gr，乾物率で２７～３４％の範囲である（表３）。

考　　察

1. 乾物率の地域的変動について

表２のように，乾物率が樹葉の採集地点によってほぼ一定の値を示しているが，分散分析（一元配置，繰返し数３）によって地域差を検定したところ高い有意差がみとめられた。さらに平均値間の有意差の検定から次のような地域の順序関係を示した。

Ⅰ　＜　Ⅱ　＜　Ⅲ　＜　Ⅳ

(27.4％) (29.8％) (31.1％) (33.0％)

１％以下の危険率でいづれも有意の差がある。

この順序は又今回の樹葉の採集順序と試料調整のための時間的づれの大きさとほぼ一致しているようでもあり，ここで得られた結果については結論は出ないようである。

樹葉の水分蒸発による重量の損失が採集後の時間経過によってどのように変動していくかについて十分検討する必要がある。

2. 葉面積の測定法について（本法の特色）

(1) 葉面を複写機に等倍に転写することによって，面積測定等が容易になったこと。

(2) 複写紙に転写された葉面積を測定する方法として，紙の均一性，複写の精度等を考慮に入れ，面積と重量の回帰式を導き出せば容易に葉面積を測定することができる。

本報では実際の葉面積を推定するのに，模型資料の数が十分でなかったので，(8′)式によって推定を行った。そのために面積の誤差分散も大きくなったが，2.6％の誤差で推定が出来た。

3. 乾燥葉の秤量の検討

実験に要する乾燥葉の重量（５～１０gr.）が葉面積推定式の範囲（１.５～３.０gr.）を越えている場合は，その推定値の誤差分散は次のようにしてもとめることができる。

回帰式の説明変数の値を定めておいて，秤量したｍ個の実験試料のもつ面積値を $yi_1, yi_2, \cdots, yim$ とし，その推定値はすべてYi に等しいとする。実験に必要な試料の重量をｇｉと

おいて

$$g\,i = y i_1 + y i_2 + \cdots + y i m \qquad (18)$$

のように，$yij,(j=1,\cdots,m)$ の和となるような秤量の方法をとるとすれば，giの推定値Giは

$$G\,i = Yi + Yi + \cdots + Yi = mYi \qquad (19)$$

で示される。

ゆえに，giがその中におちる信頼区間は次のようにしてもとめられる。

Giの誤差分散$V[gi-Gi]$は

$$\begin{aligned} V[gi-Gi] &= V[gi]+V[Gi] \\ &= V[yi_1+yi_2+\cdots+yim] \\ &\quad +V[mYi] \\ &= mV[yi]+mV[Yi] \\ &= m(V[yi]+V[Yi]) \qquad (20) \end{aligned}$$

となり，Yi の誤差分散$V[yi-Yi]$ のm倍となる。ゆえに，giの信頼区間は一般に

$$gi : mYi \pm t_0(\phi,\alpha)\sqrt{V[yi-Yi]m} \qquad (21)$$

で示される。

即ち，葉の重量xiのm倍量をm回に分けて秤量すると，その資料の葉面積の推定値はxiの時のm倍となるが（$=mYi$），面積（gi）の信頼区間の幅は$\sqrt{m}$倍に増加することになる。

実際に実験試料を秤量する場合には，Yi の分散の推定値（$V[Yi]$）が最小のときの量，即ち重量の平均値（$xi=\bar{x}$）のm倍の量を秤量すれば面積推定の誤差も少なくすることが出来ると考えてよいのではないかと思われる。

この秤量法はあくまでも仮りのもので，それだけ大きな誤差も考慮せざるをえないのであるが，推定誤差を出来るだけ小さくするためにも，十分な秤量範囲の回帰式をもとめる必要がある。

結　語

市内の四地点で採集したニセアカシヤの葉についてその葉面積の推定を試みた。

1. 樹葉の表面を複写紙に転写し，その面の重量を測定して葉面積（So）と重量（wo）の関係式（$So=313.21\times wo$）から葉面積を推定した。
   なお，この推定の信頼区間の幅は5％の危険率で±2.6％であった。
2. 同試料についてさらに生葉重量（xi），乾燥葉重量（x_1i），乾物率（x_2i）を測定し，重回帰分析によって，葉面積（yi）を推定する二三の回帰式を求めたが，その中で
   $Yi = 98.60 + 35.492(x_1i - 2.082)$
   $\quad - 3.301(x_1i - 30.197)$ が試料保存性，秤量の容易さ，信頼限界などから葉面積推定に適していると考えられる。

この回帰式の乾燥葉の秤量範囲は1.5～3.0grで，葉面積yi の推定範囲は70～140cm^2となる，そのときのyiの信頼区間の幅は11～14cm^2である。